LIBRIS | We know books

Anton Negrilă

Maria Negrilă

MATEMATICĂ

TEME RECAPITULATIVE

CLASA A VII-A

EDIȚIA A II-A, REVIZUITĂ

Editura Paralela 45

LIBRIS | We know books

CUPRINS

ALGEBRĂ 5

CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE 7

I.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional 7
I.2. Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ 9
I.3. Mulțimea numerelor reale 10
I.4. Reguli de calcul cu radicali. Produsul radicalilor. Câtul radicalilor 11
I.5. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical 12
I.6. Operații cu numere reale 12
I.7. Raționalizarea numitorului unei fracții 13
I.8. Formule de calcul prescurtat 18
I.9. Ecuații de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{R}$ 19

CAPITOLUL II. ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE 21

II.1. Ecuații de gradul I cu o necunoscută 21
II.2. Sisteme de două ecuații de gradul I cu două necunoscute 23
II.3. Rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuațiilor și al sistemelor de ecuații liniare 27

CAPITOLUL III. ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR 31

III.1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Sisteme de axe ortogonale în plan. Reprezentarea punctelor în sistem de axe ortogonale. Distanța dintre două puncte din plan 31

GEOMETRIE 33

CAPITOLUL I. PATRULATERUL 35

I.1. Patrulatere convexe 35
I.2. Paralelogramul 35
I.3. Linia mijlocie în triunghi 36
I.4. Dreptunghiul 36
I.5. Rombul 36
I.6. Pătratul 37
I.7. Trapezul 37
I.8. Aria triunghiului 38
I.9. Aria patrulaterului 39

CAPITOLUL II. CERCUL 41

CAPITOLUL III. ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR 43

III.1. Teorema lui Thales 43
III.2. Teorema fundamentală a asemănării 43

CAPITOLUL IV. RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHIUL DREPTUNGHIC 46

PROBLEME RECAPITULATIVE 50

INDICAȚII ȘI SOLUȚII 53

NOTIȚELE ELEVULUI 68

LIBRIS We know books

1 **MULȚIMEA NUMERELOR REALE**
I.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional
I.2. Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ
I.3. Mulțimea numerelor reale
I.4. Reguli de calcul cu radicali. Produsul radicalilor. Câtul radicalilor
I.5. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical
I.6. Operații cu numere reale
I.7. Raționalizarea numitorului unei fracții
I.8. Formule de calcul prescurtat
I.9. Ecuații de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{R}$

2 **ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE**
II.1. Ecuații de gradul I cu o necunoscută
II.2. Sisteme de două ecuații de gradul I cu două necunoscute
II.3. Rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuațiilor și al sistemelor de ecuații liniare

3 **ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR**
III.1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide.
Sisteme de axe ortogonale în plan.
Reprezentarea punctelor în sistem de axe ortogonale.
Distanța dintre două puncte din plan

LIBRIS We know books

I.1. RĂDĂCINA PĂTRATĂ A PĂTRATULUI UNUI NUMĂR NATURAL. ESTIMAREA RĂDĂCINII PĂTRATE DINTR-UN NUMĂR RAȚIONAL

1. Stabiliți care dintre următoarele numere sunt pătrate perfecte:
a) 25, 9, 35, 46, 144, 180, 289, 324, 340, 361;
b) 15^2, $(-7)^4$, 3^{10}, $(-10)^5$, $(-14)^{12}$, $(-7)^9$, $(-24)^7$, $(-32)^6$;
c) 7^{6n}, 5^{4n+2}, 18^{n^2+1}, 17^{n^2+n}, 14^{n^2-n+4}, $n>1$, $n\in\mathbb{N}$.

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
a) $\sqrt{81}=9$; b) $\sqrt{7^2}=7$; c) $\sqrt{(-6)^2}=-6$; d) $\sqrt{(-108)^2}=-108$;
e) $\sqrt{64a^2}=8a$, $a<0$; f) $\sqrt{(-36a^2)^2}=36a^2$; g) $\sqrt{25a^4b^2}=5a^2b$, $b<0$.

3. Rezolvați ecuațiile:
a) $x^2=49$; b) $x^2=121$; c) $4x^2=1600$; d) $5x^2=320$;
e) $-3x^2=-48$; f) $x^2+16=241$; g) $2x^2-25=263$; h) $3x^2-256=716$.

4. Folosind formula $1+a+a^2+a^3+\ldots+a^n=\dfrac{a^{n+1}-1}{a-1}$, unde $a\neq 1$, $n\in\mathbb{N}^*$, calculați:
a) $\sqrt{x+1}$, unde $x=1+2+2^2+2^3+\ldots+2^{2019}$;
b) $\sqrt{2x+1}$, unde $x=1+3+3^2+3^3+\ldots+3^{2017}$;
c) $\sqrt{4x+1}$, unde $x=1+5+5^2+5^3+\ldots+5^{2015}$;
d) $\sqrt{8x+1}$, unde $x=1+3^2+3^4+3^6+\ldots+3^{2014}$;
e) $\sqrt{35x+1}$, unde $x=1+6^2+6^4+6^6+\ldots+6^{2010}$.

5. Calculați numărul natural x și arătați că este pătratul unui număr natural, apoi calculați $\sqrt{x}$:
a) $x-4=3(4+4^2+4^3+\ldots+4^{2016})$;
b) $x-9=8(9+9^2+9^3+\ldots+9^{2018})$;
c) $x-16=15(16+16^2+16^3+\ldots+16^{2020})$.

6. Arătați că numărul x este pătrat perfect, pentru orice $n\in\mathbb{N}$, unde $x=3^{2n+5}\cdot 4^{2n+5}-2^{2n+3}\cdot 6^{2n+5}$.

7. Arătați că, pentru orice $n\in\mathbb{N}$, următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:
a) $x=5n+2$; b) $x=15n+7$; c) $x=25n-8$; d) $x=10n+3$;
e) $x=6^n+7$; f) $x=10^n+8$; g) $x=21^n+36$; h) $x=15^n+28$.

8. Arătați că numerele de mai jos nu sunt pătrate perfecte:
a) $x=8+8^2+8^3+8^4+\ldots+8^{2013}$; b) $x=7+7^2+7^3+7^4+\ldots+7^{2009}$.

9. Fie numărul natural $a=8^{2n}\cdot 225^{n+1}+15^{2n}\cdot 64^{n+1}$, unde $n\in\mathbb{N}^*$. Arătați că numărul $\sqrt{a}$ este număr natural par, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.

LIBRIS We know books

10. Se consideră numărul $a=9^{3n+3}\cdot 60^{2n}+9^{2n+1}\cdot 12^{2n+2}\cdot 15^{2n}+9^{3n+1}\cdot 12^{2n}\cdot 5^{2n+2}\cdot 16$, unde $n\in\mathbb{N}^*$. Arătați că numărul $\sqrt{a}$ este număr natural par, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.

11. Efectuați:

a) $\sqrt{15^2}$, $\sqrt{21^4}$, $\sqrt{(-29)^2}$, $\sqrt{(-5)^6}$, $\sqrt{(-11)^4}$, $\sqrt{a^2}$, $\sqrt{a^4}$, $\sqrt{a^6}$, $a\in\mathbb{Z}$;

b) $\sqrt{2^6\cdot 3^4}$, $\sqrt{12^2\cdot 7^2}$, $\sqrt{2^4\cdot 3^2\cdot 5^4}$, $\sqrt{2^2\cdot 3^4\cdot 5^2}$, $\sqrt{2^2\cdot 5^2\cdot 7^2}$;

c) $\sqrt{(-2)^2\cdot(-3)^4}$, $\sqrt{(-2)^4\cdot(-3)^2\cdot(-5)^2}$, $\sqrt{(-2)^4\cdot(-5)^2\cdot(-7)^2}$;

d) $\sqrt{(-17)^2}$, $\sqrt{(-21)^4}$, $\sqrt{(-27)^6}$, $\sqrt{(-31)^8}$, $\sqrt{(-15)^6}$, $\sqrt{(-28)^4}$.

12. Calculați rădăcina pătrată, folosind algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate:

a) $\sqrt{4096}$; $\sqrt{2304}$; $\sqrt{3136}$; $\sqrt{1764}$; $\sqrt{5184}$; $\sqrt{7056}$;

b) $\sqrt{15376}$; $\sqrt{18496}$; $\sqrt{29584}$; $\sqrt{132496}$; $\sqrt{104976}$.

13. Calculați:

a) $\sqrt{55696}-\sqrt{54756}+\sqrt{9216}$;

b) $\sqrt{186624}-\sqrt{419904}+\sqrt{148996}$.

14. Calculați:

a) $\sqrt{5^2+12^2}$;

b) $\sqrt{8^2+15^2}$;

c) $\sqrt{7^2+24^2}$;

d) $\sqrt{9^2+12^2+20^2}$;

e) $\sqrt{20^2-16^2+9^2}$;

f) $\sqrt{45^2-27^2+48^2}$;

g) $\sqrt{3^2\cdot 30^2-3^2\cdot 18^2+3^2\cdot 32^2}$.

15. Determinați-l pe $x\in\mathbb{N}$, știind că:

a) $\sqrt{2^{3960}-2^{3959}-2^{3958}-\ldots-2^{2004}}=2^{6x}$;

b) $\sqrt{3^{2020}-2\cdot 3^{2019}-2\cdot 3^{2018}-2\cdot 3^{2017}-\ldots-2\cdot 3^2-2\cdot 3-2}=3^x$.

16. Demonstrați că numărul $A=80\cdot 5^{2n}\cdot 4^{3n}+20\cdot 10^{2n}\cdot 2^{4n}$ este pătrat perfect pentru orice $n\in\mathbb{N}$.

17. Determinați numărul natural x care verifică egalitatea:

$$\sqrt{1\cdot 4+3\cdot 4+3\cdot 4^2+3\cdot 4^3+\ldots+3\cdot 4^{2020}+3\cdot 4^{2021}}=2^{6x}.$$

18. Calculați valoarea numărului:

$$x=\sqrt{\left[\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{53\cdot 54}\right)-\left(\frac{1}{54\cdot 55}+\frac{1}{55\cdot 56}+\ldots+\frac{1}{107\cdot 108}\right)\right]\cdot\frac{180}{7}}.$$

19. Se consideră numărul $a=9^{2n+1}\cdot 144^n\cdot 16+81\cdot 12^{2n}\cdot 9^{2n}+25\cdot 4^{2n+2}\cdot 9^{3n}$, $n\in\mathbb{N}^*$. Arătați că $\sqrt{a}$ este număr natural par, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}^*$.

20. Determinați valoarea numărului natural a pentru care $a=\sqrt{1+3+5+7+\ldots+2021+2023}$.

LIBRIS We know books

I.2. RĂDĂCINA PĂTRATĂ A UNUI NUMĂR RAȚIONAL NENEGATIV

1. Se consideră mulțimea:

$$A=\left\{-\frac{3}{5},\ \sqrt{49},\ -\frac{28}{4},\ 5,2,\ \frac{1}{4},\ -2\sqrt{4},\ -3\sqrt{9},\ \sqrt{81},\ -\sqrt{1},\ \frac{3}{8},\ 0,15\right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor: $A\cap\mathbb{N}$; $A\cap\mathbb{Z}$; $A\cap\mathbb{Q}$; $A\cap(\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z})$; $A\cap(\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N})$.

2. Calculați:

a) $\sqrt{\frac{25}{36}}$; b) $\sqrt{\frac{49}{64}}$; c) $\sqrt{\frac{9}{169}}$; d) $\sqrt{\frac{144}{289}}$;

e) $\sqrt{\frac{121}{256}}$; f) $\sqrt{\frac{324}{625}}$; g) $\sqrt{1\frac{7}{9}}$; h) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$;

i) $\sqrt{4\frac{21}{25}}$; j) $\sqrt{2\frac{41}{64}}$; k) $\sqrt{14\frac{1}{16}}$; l) $\sqrt{12\frac{24}{25}}$.

3. Calculați:

a) $\sqrt{0,64}$; b) $\sqrt{1,69}$; c) $\sqrt{5,76}$;

d) $\sqrt{0,2304}$; e) $\sqrt{0,2916}$; f) $\sqrt{4,6656}$;

g) $\sqrt{10,4976}$; h) $\sqrt{1,1664}$; i) $\sqrt{6,4516}$.

4. Calculați:

a) $1\frac{2}{3}\cdot\sqrt{0,09}-2\frac{5}{8}\cdot\sqrt{0,(4)}+0,(6)\cdot\sqrt{0,5625}$;

b) $1\frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{64}{729}}-\frac{4}{5}\cdot\sqrt{3,0625}+\frac{3}{8}\cdot\sqrt{0,64}$.

5. Calculați:

a) $\sqrt{\frac{1+3+5+7+\ldots+2021}{1+3+5+7+\ldots+1013}}$; b) $\sqrt{\frac{1+3+5+7+\ldots+75}{1+3+5+7+\ldots+37}}$;

c) $\sqrt{\frac{2}{5}\left[\left(\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\ldots+\frac{1}{63\cdot64}\right)-\left(\frac{1}{64\cdot65}+\frac{1}{65\cdot66}+\ldots+\frac{1}{127\cdot128}\right)\right]}$;

d) $\sqrt{2\left[\left(\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\ldots+\frac{1}{74\cdot75}\right)-\left(\frac{1}{75\cdot76}+\frac{1}{76\cdot77}+\ldots+\frac{1}{149\cdot150}\right)\right]}$.

6. Calculați numărul:

$$N=\sqrt{(x+y-6)^2}+\sqrt{(x+y+7)^2}-\sqrt{(x-y-5)^2}-\sqrt{(x-y+6)^2},$$

unde x și y sunt numere raționale astfel încât $-2\le x\le 2$ și $-3\le y\le 3$.

LIBRIS We know books

I.3. Mulțimea numerelor reale

1. Se consideră mulțimea:

$$A=\left\{-\frac{4}{7},\ -\sqrt{49},\ 0,08(3),\ -\frac{2}{5},\ -\sqrt{36},\ \frac{-32}{-4},\ \frac{\sqrt{81}}{9},\ 3,\ 5,\ -\sqrt{72},\ -\sqrt{147},\ \frac{\sqrt{100}}{5},\ \sqrt{1,(7)},\ \sqrt{12},\ -\sqrt{\frac{25}{64}},\ -\sqrt{0,(4)}\right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor:

$$A\cap\mathbb{N};\ A\cap\mathbb{Z};\ A\cap\mathbb{Q};\ A\setminus\mathbb{Q};\ A\setminus\mathbb{Z};\ A\setminus\mathbb{R};\ A\cap(\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q});\ A\cap(\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}).$$

2. Se consideră mulțimea:

$$A=\left\{-\sqrt{16},\ \sqrt{81},\ -\frac{7}{2},\ -\frac{54}{9},\ -0,6,\ \frac{\sqrt{36}}{18},\ \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}},\ 1,2(3),\ \sqrt{2^2\cdot3^2},\ \sqrt{2^4\cdot3^2},\ -\sqrt{48},\ \sqrt{18},\ -\sqrt{24},\ -\sqrt{25}\right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor:

$$A\cap\mathbb{N};\ A\cap\mathbb{Z};\ A\cap\mathbb{Q};\ A\setminus\mathbb{Q};\ A\setminus\mathbb{R};\ A\cap(\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q});\ A\setminus\mathbb{Z};\ A\setminus\mathbb{N}.$$

3. Fie mulțimea:

$$A=\left\{\sqrt{16},\sqrt{6\frac{1}{4}},\sqrt{1\frac{5}{16}},\sqrt{1\frac{24}{25}},\sqrt{7\frac{1}{9}},\sqrt{0,(4)},\sqrt{4\frac{3}{4}},\sqrt{2^4\cdot3^2},\sqrt{(-8)^2}\right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor $A\cap\mathbb{N}$; $A\cap\mathbb{Q}$; $A\cap(\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q})$.

4. Determinați elementele mulțimilor:

$A=\{x\in\mathbb{N}\mid|x|\le 6\}$; $B=\{x\in\mathbb{Z}\mid|x|\le 3\}$;

$C=\{x\in\mathbb{R}\mid|x|=8\}$; $D=\{x\in\mathbb{Z}\mid 2\le|x|<7\}$.

5. Arătați că numărul x este irațional în fiecare dintre cazurile:

a) $x=\sqrt{1\cdot3\cdot5\cdot7\cdot\ldots\cdot2021+2022}$; **b)** $x=\sqrt{(1+3+5+7+\ldots+2023)+2024}$.

6. Arătați că numerele de mai jos sunt iraționale:

a) $\sqrt{2}$; **b)** $\sqrt{3}$; **c)** $6\sqrt{2}$; **d)** $-4\sqrt{3}$.

7. Arătați că numerele de mai jos sunt iraționale:

a) $4-\sqrt{2}$; **b)** $5-2\sqrt{2}$; **c)** $3\sqrt{3}+5$; **d)** $3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$.

8. Demonstrați că, pentru orice număr natural n, următoarele numere sunt iraționale:

a) $\sqrt{5n+8}$; **b)** $\sqrt{10n+3}$; **c)** $\sqrt{15n-7}$; **d)** $\sqrt{5^n+2}$.

LIBRIS | We know books

I.4. REGULI DE CALCUL CU RADICALI

Produsul radicalilor

Dacă $a \geq 0$ și $b \geq 0$, atunci $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$.

Consecințe: $(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$, $n \in \mathbb{N}$; $\sqrt{a^2} = |a|$, pentru orice $a \in \mathbb{R}$.

Atenție! Dacă $a > 0$ și $b > 0$, atunci $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, dar nu avem niciodată $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$. Această egalitate este falsă. Întotdeauna avem $\sqrt{a^2 + b^2} \neq \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$.

1. Efectuați calculele:

a) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{1,5} \cdot \sqrt{2}$;
b) $\sqrt{1\frac{7}{9}} \cdot \sqrt{2\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{1\frac{9}{16}}$;
c) $\sqrt{5,76} \cdot \sqrt{2,25} \cdot \sqrt{0,16}$;
d) $\sqrt{3,6} \cdot \sqrt{6,4} \cdot \sqrt{6,25}$;
e) $\sqrt{0,08(3)} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{0,8(3)}$;
f) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{18} \cdot \sqrt{10}$.

2. Calculați:

a) $\sqrt{2,4} \cdot \sqrt{0,8(3)} \cdot \sqrt{4,5}$;
b) $\sqrt{\frac{8}{15}} \cdot \sqrt{6,25} \cdot \sqrt{1\frac{23}{25}}$;
c) $\sqrt{1\frac{1}{8}} \cdot \sqrt{3\frac{6}{25}} \cdot \sqrt{3,125}$;
d) $\sqrt{6,3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{3,6}$;
e) $\sqrt{3,24} \cdot \sqrt{2,56} \cdot \sqrt{6,25}$;
f) $\sqrt{6,25} \cdot \sqrt{2,(7)} \cdot \sqrt{5,76}$.

Câtul radicalilor

Oricare ar fi $a \geq 0$ și $b \geq 0$, avem $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ sau $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Consecință: $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^n = \frac{\sqrt{a^n}}{\sqrt{b^n}} = \frac{(\sqrt{a})^n}{(\sqrt{b})^n}$, $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculați:

a) $\sqrt{972} : \sqrt{3}$;
b) $\sqrt{180} : \sqrt{5}$;
c) $\sqrt{343} : \sqrt{7}$;
d) $\sqrt{384} : \sqrt{6}$;
e) $\sqrt{405} : \sqrt{5}$;
f) $\sqrt{864} : \sqrt{6}$;
g) $\sqrt{1728} : \sqrt{3}$;
h) $\sqrt{1176} : \sqrt{6}$.

2. Calculați:

a) $\sqrt{2^5 \cdot 3^7} : \sqrt{2^3 \cdot 3^5}$;
b) $\sqrt{3^7 \cdot 5^5} : \sqrt{3^3 \cdot 5}$;
c) $\sqrt{2^7 \cdot 5^3} : \sqrt{2^3 \cdot 5}$;
d) $\sqrt{2^5 \cdot 3^3} : \sqrt{2 \cdot 3}$;
e) $\sqrt{2^7 \cdot 5^5} : \sqrt{2^3 \cdot 5^3}$;
f) $\sqrt{3^5 \cdot 5^7} : \sqrt{3 \cdot 5^5}$.

3. Calculați, scriind sub un singur radical:

a) $\frac{\sqrt{300}}{\sqrt{12}}$;
b) $\frac{\sqrt{540}}{\sqrt{15}}$;
c) $\frac{\sqrt{288}}{\sqrt{18}}$;
d) $\frac{\sqrt{294}}{\sqrt{6}}$;
e) $\frac{\sqrt{768}}{\sqrt{12}}$;
f) $\frac{\sqrt{1215}}{\sqrt{15}}$;
g) $\frac{\sqrt{2592}}{\sqrt{18}}$;
h) $\frac{\sqrt{4536}}{\sqrt{14}}$;
i) $\frac{\sqrt{968}}{\sqrt{8}}$;
j) $\frac{\sqrt{192}}{\sqrt{12}}$.

LIBRIS We know books

I.5. SCOATEREA FACTORILOR DE SUB RADICAL. INTRODUCEREA FACTORILOR SUB RADICAL

Dacă $n \geq 0$ și $n = a^2 \cdot b$, atunci $\sqrt{n} = \sqrt{a^2 b} = |a|\sqrt{b}$ pentru $a > 0$ și $\sqrt{n} = -a\sqrt{b}$ pentru $a < 0$.

1. Scoateți factorii de sub radical:

a) $\sqrt{12}$; b) $\sqrt{18}$; c) $\sqrt{48}$; d) $\sqrt{162}$; e) $\sqrt{243}$; f) $\sqrt{72}$;
g) $\sqrt{75}$; h) $\sqrt{288}$; i) $\sqrt{192}$; j) $\sqrt{450}$; k) $\sqrt{98}$; l) $\sqrt{200}$.

2. Scoateți factorii de sub radical:

a) $\sqrt{24}$; b) $\sqrt{216}$; c) $\sqrt{54}$; d) $\sqrt{486}$; e) $\sqrt{864}$; f) $\sqrt{96}$;
g) $\sqrt{150}$; h) $\sqrt{294}$; i) $\sqrt{600}$; j) $\sqrt{1014}$; k) $\sqrt{726}$; l) $\sqrt{1176}$.

3. Introduceți factorii sub radical:

a) $3\sqrt{2}$; b) $6\sqrt{2}$; c) $4\sqrt{2}$; d) $7\sqrt{2}$; e) $11\sqrt{2}$; f) $14\sqrt{2}$;
g) $8\sqrt{3}$; h) $12\sqrt{3}$; i) $9\sqrt{3}$; j) $14\sqrt{3}$; k) $16\sqrt{3}$; l) $18\sqrt{3}$;
m) $5\sqrt{6}$; n) $2\sqrt{6}$; o) $4\sqrt{6}$; p) $8\sqrt{6}$; q) $3\sqrt{6}$; r) $7\sqrt{6}$.

4. Calculați:

a) $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-3)^2}$;

b) $\sqrt{(\sqrt{7}-4)^2} + \sqrt{(2-\sqrt{7})^2}$;

c) $\sqrt{(\sqrt{8}-4)^2} + \sqrt{(\sqrt{18}-6)^2} + \sqrt{(\sqrt{50}-8)^2} + 5\sqrt{(1-\sqrt{8})^2}$.

5. Arătați că numărul $A = \sqrt{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1}$ este număr rațional, oricare ar fi $x \in \mathbb{Q}$.

I.6. OPERAȚII CU NUMERE REALE

1. Calculați $a + b$ și $a - b$, știind că:

a) $a = 14\sqrt{3} - 16\sqrt{3} + 17\sqrt{3} - 13\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 18\sqrt{3}$; $b = 8\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 16\sqrt{3} - 14\sqrt{3} + 11\sqrt{3}$;

b) $a = 6\sqrt{2} + 17\sqrt{2} - 21\sqrt{2} - 14\sqrt{2} + 15\sqrt{2} - 10\sqrt{2}$; $b = 9\sqrt{2} - 21\sqrt{2} + 15\sqrt{2} - 14\sqrt{2} + 18\sqrt{2} - 12\sqrt{2}$;

c) $a = 17\sqrt{6} - 19\sqrt{6} + 11\sqrt{6} - 14\sqrt{6} - 16\sqrt{6} + 12\sqrt{6}$; $b = 12\sqrt{6} - 9\sqrt{6} + 7\sqrt{6} - 14\sqrt{6} + 16\sqrt{6} - 13\sqrt{6}$.

2. a) Calculați numărul $n = 2a - 3b$, unde:

$a = 9\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$ și $b = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$.

b) Calculați numărul $n = 3a + 2b$, unde:

$a = 8\sqrt{6} - 10\sqrt{6} + 6\sqrt{6} - 3\sqrt{6} + 7\sqrt{6} - 5\sqrt{6}$ și $b = -7\sqrt{6} + 11\sqrt{6} - 13\sqrt{6} + 6\sqrt{6} - 5\sqrt{6} + 4\sqrt{6}$.

3. Efectuați calculele:

a) $16(\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) + 13(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) - 5(3\sqrt{3} - 4\sqrt{2})$;

b) $3(4\sqrt{3} - 3\sqrt{6}) - 5(3\sqrt{3} + 4\sqrt{6}) + 2(3\sqrt{3} + 7\sqrt{6})$.

LIBRIS | We know books

4. Calculați produsul $A \cdot B$ și raportul $\frac{A}{B}$, dacă:

a) $A=\sqrt{32}-\sqrt{50}+\sqrt{72}-\sqrt{18}+\sqrt{8}$; $B=\sqrt{12}-\sqrt{147}+\sqrt{48}-\sqrt{108}+\sqrt{75}$;

b) $A=\sqrt{18}-\sqrt{128}+\sqrt{32}-\sqrt{50}+\sqrt{98}$; $B=\sqrt{192}-\sqrt{108}+\sqrt{75}-\sqrt{48}-\sqrt{12}$.

c) $A=\sqrt{8}\left(\sqrt{432}-\sqrt{300}+\sqrt{108}-\sqrt{147}\right)$; $B=\sqrt{12}\left(\sqrt{98}-\sqrt{128}+\sqrt{32}-\sqrt{50}\right)$;

d) $A=\sqrt{48}\left(\sqrt{32}-\sqrt{72}+\sqrt{162}-\sqrt{288}\right)$; $B=\sqrt{8}\left(\sqrt{192}-\sqrt{108}+\sqrt{75}-\sqrt{243}\right)$.

5. Calculați $a+b$ și $a-b$, știind că:

a) $a=3\sqrt{150}\left(8\sqrt{50}-10\sqrt{48}+7\sqrt{108}-6\sqrt{98}\right)$; $b=4\sqrt{54}\left(8\sqrt{72}-11\sqrt{32}+4\sqrt{75}-3\sqrt{192}\right)$;

b) $a=5\sqrt{24}\left(5\sqrt{75}-3\sqrt{243}-3\sqrt{432}+4\sqrt{192}\right)$; $b=3\sqrt{216}\left(5\sqrt{128}-6\sqrt{200}+4\sqrt{162}-3\sqrt{72}\right)$.

Calculați produsul a · b și câtul $\frac{a}{b}$, dacă:

c) $a=4\sqrt{48}-3\sqrt{75}+2\sqrt{108}-6\sqrt{27}+\sqrt{147}$; $b=6\sqrt{18}+2\sqrt{128}-5\sqrt{32}-4\sqrt{50}+\sqrt{98}$;

d) $a=3\sqrt{50}-2\sqrt{72}+5\sqrt{18}-4\sqrt{32}-2\sqrt{8}$; $b=4\sqrt{147}-2\sqrt{75}+3\sqrt{108}-6\sqrt{12}-5\sqrt{48}$.

6. Calculați $a \cdot b$, unde:

a) $a=3\sqrt{32}+6\sqrt{108}-7\sqrt{27}-5\sqrt{72}$; $b=7\sqrt{27}-3\sqrt{12}+8\sqrt{32}-2\sqrt{98}$;

b) $a=3\sqrt{288}-4\sqrt{50}-2\sqrt{128}+5\sqrt{32}$; $b=3\sqrt{192}-4\sqrt{75}-8\sqrt{27}+3\sqrt{108}$;

c) $a=7\sqrt{18}-3\sqrt{72}-\sqrt{162}+3\sqrt{32}-2\sqrt{8}$; $b=4\sqrt{75}-5\sqrt{27}+3\sqrt{108}-4\sqrt{48}-3\sqrt{12}$.

7. Calculați produsul $x \cdot y$ și raportul $\frac{x}{y}$, unde:

a) $x=\sqrt{150}\left(\sqrt{432}-\sqrt{300}+\sqrt{147}-\sqrt{192}\right)$; $y=\sqrt{96}\left(\sqrt{288}-\sqrt{162}+\sqrt{32}-\sqrt{128}\right)$;

b) $x=4\sqrt{54}\left(6\sqrt{75}-5\sqrt{108}+4\sqrt{50}-3\sqrt{98}\right)$; $y=3\sqrt{150}\left(4\sqrt{108}-3\sqrt{192}+6\sqrt{50}-8\sqrt{32}\right)$;

c) $x=\sqrt{24}\left(3\sqrt{50}-2\sqrt{32}-3\sqrt{18}+5\sqrt{8}-\sqrt{72}\right)$; $y=\sqrt{54}\left(\sqrt{432}-\sqrt{192}+\sqrt{243}-\sqrt{108}-\sqrt{75}\right)$.

8. Calculați produsul $x \cdot y$, unde:

a) $x=5\sqrt{192}-4\sqrt{432}+8\sqrt{27}-6\sqrt{75}+6\sqrt{27}$; $y=3\sqrt{72}-6\sqrt{128}+4\sqrt{50}+8\sqrt{18}-2\sqrt{32}$;

b) $x=3\sqrt{384}-6\sqrt{216}-2\sqrt{150}+4\sqrt{24}+5\sqrt{54}$; $y=4\sqrt{288}-5\sqrt{128}-8\sqrt{8}+6\sqrt{50}-6\sqrt{32}$;

c) $x=5\sqrt{216}-4\sqrt{54}-3\sqrt{24}-2\sqrt{384}+\sqrt{150}$; $y=3\sqrt{432}-4\sqrt{192}-7\sqrt{27}+5\sqrt{75}-4\sqrt{48}$.

I.7. RAȚIONALIZAREA NUMITORULUI UNEI FRACȚII

1. Raționalizați numitorii fracțiilor:

a) $\frac{9}{\sqrt{3}}$; b) $-\frac{12}{3\sqrt{3}}$; c) $\frac{24}{2\sqrt{2}}$; d) $\frac{12}{2\sqrt{3}}$; e) $\frac{18}{3\sqrt{2}}$; f) $\frac{30}{3\sqrt{6}}$;

g) $\frac{30}{2\sqrt{5}}$; h) $-\frac{48}{\sqrt{27}}$; i) $-\frac{45}{\sqrt{75}}$; j) $-\frac{64}{\sqrt{48}}$; k) $\frac{56}{\sqrt{84}}$; l) $\frac{48}{\sqrt{56}}$.